

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

SECONDA PROVA SCRITTA - ESEMPIO

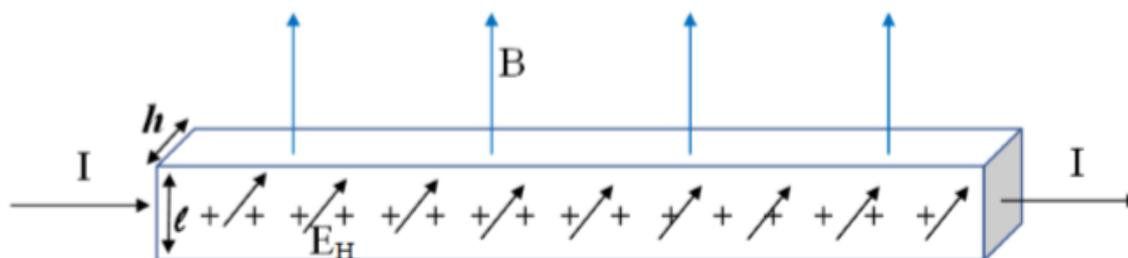
PROBLEMA 1 FISICA

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.

Nel laboratorio di fisica l'insegnante ha illustrato l'andamento del campo magnetico generato da una bobina percorsa da corrente utilizzando della limatura di ferro per visualizzarne le linee di forza e uno strumento che ha chiamato "magnetometro ad effetto Hall" per misurarne la intensità in vari punti.

L'effetto Hall, che fu scoperto nel 1879 dal fisico statunitense Edwin Herbert Hall, consente di misurare l'intensità di un campo magnetico a partire dalla misura di una differenza di potenziale ΔV_H detta appunto "di Hall". In rete, oltre a queste informazioni, hai trovato la seguente descrizione schematica di funzionamento dello strumento:

"Una lastrina di rame, di sezione rettangolare $S = l \cdot h$, è percorsa da una corrente elettrica costante I . Se si immerge questa lastrina in un campo magnetico uniforme B diretto come in figura, la faccia anteriore della lastrina si carica positivamente e quella posteriore (non visibile) si carica negativamente. Tra le due facce quindi si genera una differenza di potenziale ΔV_H (la differenza di potenziale di Hall) e tra di esse è presente un campo elettrico E_H (detto campo di Hall) diretto come indicato in figura."



1. Spiega l'origine del campo elettrico E_H e della differenza di potenziale ΔV_H .
2. L'effetto Hall può essere usato per individuare il segno della carica in moto nei conduttori metallici. Illustra qualitativamente come cambia il fenomeno a seconda del segno delle cariche in moto.
3. Dimostra l'esistenza di una relazione lineare $\Delta V_H = kB$ tra la differenza di potenziale che si instaura tra le facce della lastrina e l'intensità del campo magnetico B , quando si è raggiunta la condizione di equilibrio tra le forze che agiscono sulle cariche in moto.
4. Perché il dispositivo possa essere usato come magnetometro, è necessario procedere alla sua taratura, cioè alla misurazione di ΔV_H in presenza di valori noti del campo magnetico B . La seguente tabella mostra i dati sperimentali di una taratura effettuata in laboratorio:

B [mT]	100	200	300	400	500
ΔV_H [10^{-7} V]	0,70	1,5	2,3	3,4	4,3

Mostra che tali dati sono compatibili con una relazione di proporzionalità diretta tra ΔV_H e B , traccia il grafico di taratura e fornisci una stima del valore della costante di proporzionalità k . Come valuteresti l'incertezza della stima effettuata?

5. Dati $h = 0,10$ cm e $l = 2,0$ cm e adoperando $9,1 \cdot 10^{-7}$ V/T come valore della costante k , ricava il valore della velocità degli elettroni di conduzione del rame (detta anche "velocità di deriva"). A partire da questo valore, e dalla conoscenza del valore della corrente $I = 1,0$ A, come determineresti la densità di carica per unità di volume presente nella lastrina?

PROBLEMA 2 MATEMATICA

Fissati due parametri reali $S > 0, k > 0$, considera la funzione:

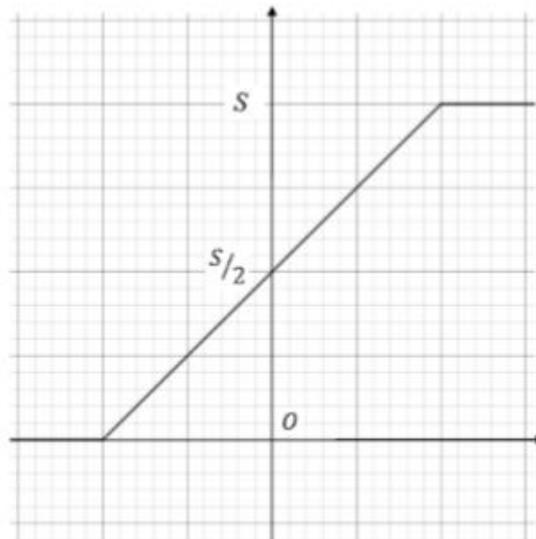
$$f_k(x) = \frac{S}{1 + e^{-kx}}$$

il cui grafico viene indicato con Γ_k .

La funzione $f_k(x)$ può essere adoperata per studiare la possibile evoluzione nel tempo di una popolazione che abbia capacità di riprodursi, nell'ipotesi in cui la limitatezza delle risorse disponibili causi l'esistenza di una "soglia di sostenibilità" al di sotto della quale la popolazione è costretta a mantenersi.

1. Dimostra che i valori assunti dalla funzione $f_k(x)$ si mantengono all'interno dell'intervallo aperto delimitato inferiormente dal valore 0 e superiormente dal valore S , dove quest'ultimo rappresenta tale soglia di sostenibilità.
2. Osservando Γ_k , individua la trasformazione geometrica da applicare a Γ_k per farlo diventare il grafico di una funzione dispari, e determina l'espressione analitica di tale funzione.
3. Individua graficamente o analiticamente il valore della x corrispondente alla massima velocità di crescita di una popolazione secondo il modello rappresentato dalla funzione $f_k(x)$; determina quindi, in funzione dei parametri S e k , il valore di tale velocità massima.

Dovendo effettuare lo studio di una coltura batterica in un ambiente a risorse limitate, puoi pensare, al fine di semplificare i calcoli, di approssimare la funzione $f_k(x)$ con una funzione come $g_k(x)$, il cui grafico è riportato nella figura seguente:



Il valore di $g_k(x)$ passa da 0 a S con una rampa lineare, di pendenza pari alla pendenza di Γ_k nel punto di ascissa 0.

4. Determina, in funzione dei parametri S e k , l'espressione analitica della funzione $g_k(x)$.
5. Illustra il procedimento che adatteresti per valutare la accettabilità dell'approssimazione di $f_k(x)$ fornita da $g_k(x)$.
6. All'aumentare di k , tale approssimazione diventa migliore? Motiva la tua risposta.

QUESTIONARIO FISICA

1. In un solenoide cilindrico ideale nel vuoto, costituito da 400 spire e lungo 10,0 cm viene fatta passare una corrente alternata $i(t) = 0,50\text{sen}(63t)$ A. Sull'asse del solenoide è posta una spira circolare, coassiale con il solenoide, in modo che si possa considerare che tutto il campo magnetico uscente dal solenoide attraversi la sezione della spira. La spira ha un raggio di 5,0 cm e una resistenza ohmica di $0,20\Omega$. Determina il valore massimo della forza elettromotrice indotta nella spira e la corrente indotta che la percorre.
2. Una lampadina ad incandescenza, alimentata con tensione alternata pari a 220 V, assorbe una potenza elettrica media pari a $1,0 \cdot 10^2$ W ed emette luce grazie al surriscaldamento di un filamento di tungsteno, con

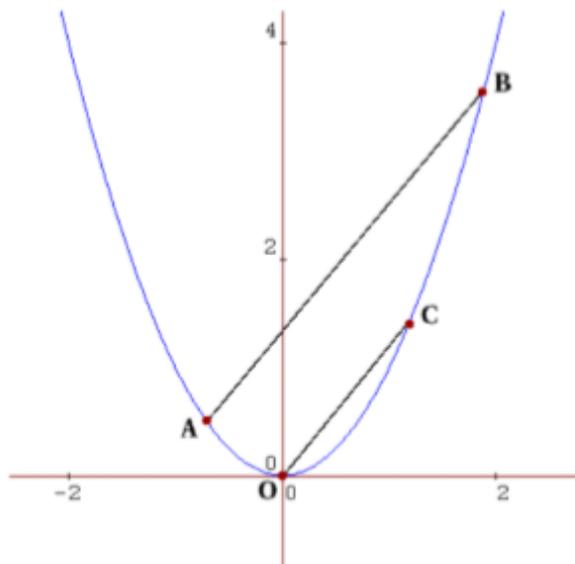
$$\frac{\text{Potenza media luminosa emessa}}{\text{Potenza media elettrica assorbita}} = 2\%$$

Ipotizzando per semplicità che la lampadina sia una sorgente puntiforme che emette uniformemente in tutte le direzioni, e che la presenza dell'aria abbia un effetto trascurabile, calcolare ad una distanza $d = 2,0\text{m}$ dalla lampadina:

- a) l'intensità media della luce;
 - b) i valori efficaci del campo elettrico e del campo magnetico.
3. In un tubo a raggi catodici gli elettroni prodotti dal catodo vengono accelerati da una differenza di potenziale di $1,00 \cdot 10^5$ V. Sapendo che la distanza tra catodo e anodo è di 20,0cm, determina la velocità degli elettroni (in metri al secondo) in prossimità dell'anodo tenendo conto degli effetti relativistici.
 4. Tre cariche puntiformi di valore q sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato 1m; dopo aver determinato l'energia potenziale del sistema, stabilisci come essa varia se una delle cariche cambia segno e fornisci la tua interpretazione qualitativa del risultato, con riferimento al cambiamento determinatosi rispetto alla situazione iniziale.

QUESTIONARIO MATEMATICA

- 5) Presi due punti $A(a, a^2)$ e $B(b, b^2)$ sulla parabola $y = x^2$, traccia la retta OC , parallela alla retta AB e passante per l'origine e per il punto $C(c, c^2)$.



Dimostra che $a + b = c$.

Traccia un'altra parallela DE , passante per due punti D ed E appartenenti alla parabola, e mostra che i punti medi delle tre parallele giacciono su una retta.

- 6) Il grafico della funzione polinomiale cubica $y = f(x)$ intercetta l'asse x nei punti di ascissa 10, 100 e 1000. È sufficiente questa informazione per individuare le coordinate del punto di flesso? Se sì, determinale. Se no, spiega per quale motivo.
- 7) Una sfera, il cui centro è il punto $K(1, 0, 1)$, è tangente al piano Π avente equazione $x - 2y + z + 1 = 0$. Qual è il punto di tangenza? Qual è il raggio della sfera?
- 8) Se si lancia una moneta 2 volte, la probabilità di ottenere una testa e una croce (in qualsiasi ordine) è pari al 50%. Se la moneta viene lanciata 4 volte, la probabilità di ottenere due teste e due croci, in qualsiasi ordine, è ancora pari al 50%? Motiva la tua risposta.